

ЗАДАЧІ ФІЗИЧНОЇ ОЛІМПІАДИ

8 клас

1. Маленька крапля олії об'ємом $0,002 \text{ мм}^3$ розливається по поверхні води тонким шаром максимальною площею 100 см^2 . Скільки молекул олії зможе вміститися у ланцюжку завдовжки 1 м ?

Розв'язування

Дано:

$$V = 0,002 \text{ мм}^3 = 2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^3$$

$$S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$L = 1 \text{ м}$$

$$N = ?$$

$$N = \frac{L}{d}; \quad d - \text{діаметр молекули}$$

$$d = \frac{V}{S} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$N = \frac{L}{d} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-10}} = 5 \cdot 10^9$$

Відповідь: У ланцюжку завдовжки 1 м

знаходиться 5 мільярдів молекул олії.

2. Пружинний пістолет заряджають кулькою масою 6 г і стріляють угору. На яку висоту підніметься кулька, якщо пружину жорсткістю 180 Н/м було стиснуто на 4 см ?

Розв'язування

Дано:

$$m = 6 \text{ г} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$k = 180 \text{ Н/м}$$

$$X = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$h = ?$$

$$W_1 = \frac{kx^2}{2} \quad W_2 = mgh$$

$$W_1 = W_2 \Leftrightarrow \frac{kx^2}{2} = mgh \Rightarrow h = \frac{kx}{2mg} = 2,45(\text{м})$$

Відповідь: на висоту $2,45 \text{ м}$.

3. У праве коліно відкритої U-подібної трубки, яка містила воду, налили шар гасу висотою 12,5 см. Визначте різницю рівнів води й гасу в правому та лівому колінах U-подібної трубки. Гас і вода не змішуються, густина води 1 г/см³, густина гасу 0,8 г/см³.

Розв'язування

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2;$$

$$h_2 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2} = 10 \text{ см.}$$

$$X = h_1 - h_2 = 2,5 \text{ см.}$$

4. Маса срібної фігурки становить 707 г, а її об'єм дорівнює 0,07 дм³. Чи має порожнину ця фігурка? Відповідь обґрунтуйте. Густина срібла 10,5 г/см³.

Розв'язування

Для суцільної фігурки об'ємом V маса має бути

$$m_{\text{суц.}} = \frac{m}{\rho} \approx 67 \text{ см}^3 = 0,067 \text{ дм}^3$$

Отже, об'єм порожнини

$$V - V_{\text{суц.}} = 0,003 \text{ дм}^3 = 3 \text{ см}^3$$

5. Для корекції орбіти супутника продукти згорання викидаються із сопла ракетного двигуна порціями масою 200 г, 100г, 50 г, 25 г з початковою швидкістю 1000 м/с. Яку швидкість матиме супутник після викидання третьої порції, якщо у початковий момент його маса була 300 кг, а швидкість дорівнювала нулеві?

Розв'язування

Скористаємось законом збереження імпульсу. Після викидання першої порції маси m_1

$$0 = m_1 v + (M - m_1) \Rightarrow v_1 = -\frac{m_1}{M - m_1} \cdot v ;$$

Після викидання другої порції маси m_2

$$(M - m_1) \cdot v_1 = m_2 v + (M - m_1 - m_2) \cdot v_2 ;$$

$$v_2 = - \frac{m_1 + m_2}{M - m_1 - m_2} \cdot v .$$

Після третьої корекції орбіти (по аналогії)

$$v_3 = - \frac{m_1 + m_2 + m_3}{M - m_1 - m_2 - m_3} \cdot v .$$

Враховуючи, що $M \gg m_1, m_2, m_3$

$$v_3 \approx \frac{m_1 + m_2 + m_3}{M} \cdot v = 1,17 \left(\frac{M}{C} \right) .$$

ЗАДАЧІ ФІЗИЧНОЇ ОЛІМПІАДИ

9 клас

1. Зовнішній радіус тонкої кулястої оболонки з міді становить 10 см. Яка товщина стінки, якщо вона наполовину занурена у воду? Густина міді становить $8,5 \text{ г/см}^3$, густина води 1 г/см^3 .

Розв'язування

На кулю діє сила Архімеда і сила тяжіння

$$F_A = \rho_B g V = \rho_B g \frac{1}{2} V_{\text{кулі}} = \rho_B g \frac{2}{3} \pi R^3;$$

$$F_T = \rho_M g V_M.$$

Оскільки $F_A = F_T$

$$\rho_B g \frac{2}{3} \pi R^3 = \rho_M g V_M$$

$$V_M = \frac{\rho_B}{\rho_M} \cdot \frac{2}{3} \pi R^3$$

З іншого боку V_M – це об'єм кулястої оболонки

$$V_M = \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$$

$$r^3 = R^3 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\rho_B}{\rho_M} \right);$$

$$r = R \left(\sqrt[3]{1 - \frac{1}{2} \frac{\rho_B}{\rho_M}} \right);$$

Товщина стінки

$$d = R - r = R \left(1 - \sqrt[3]{1 - \frac{1}{2} \frac{\rho_B}{\rho_M}} \right)$$

$$d = 0,12 \text{ (см)}$$

Якщо вважати, що куля тонкостінна, то об'єм міді можна порахувати як площу сфери радіуса R помножену на товщину d

$$V_M = 4\pi R^2 \cdot d$$

$$\text{Тоді } \frac{\rho_B}{\rho_M} \cdot \frac{2}{3} \pi R^3 \approx 4\pi R^2 \cdot d$$

$$A_{\text{до } d} = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{м}}} \frac{R}{6} \approx 0,12 \text{ (см)}$$

2. Яку роботу треба виконати, щоб витягти відро з водою з колодязя глибиною 12 м? Маса відра з водою становить 8 кг, 1 метр ланцюга, на яке прикріплене відро має масу 0,5 кг.

Розв'язування

$$A = \Delta W = \Delta W_{\text{в}} + \Delta W_{\text{л}}$$

$$\Delta W_{\text{в}} = m_{\text{в}} g h;$$

$$\Delta W_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} h g \frac{h}{2};$$

$$A \approx 1,3 \text{ кДж.}$$

3. У калориметр налили 0,5 л води при температурі 20 °С і, помістили 1 кг льоду при температурі – 40 °С. Скільки льоду буде у калориметрі після завершення процесу теплообміну? Питома теплоємність води 4200 Дж/кг·К, питома теплоємність льоду 2100 Дж/кг·К, питома теплота плавлення льоду 333 кДж/кг.

Розв'язування

Кількість тепла, яку може віддати вода при охолодженні до 0°С

$$Q_1 = c_{\text{в}} m_{\text{в}} (T_{\text{в}} - 0^\circ\text{C}) = 42000 \text{ (Дж)}$$

Кількість тепла, необхідна для нагрівання льоду до 0°С

$$Q_2 = c_{\text{л}} m_{\text{л}} (0^\circ\text{C} - T_{\text{л}}) = 84000 \text{ (Дж)}$$

$Q_2 > Q_1$ — отже вода охолоне до 0°С і почне кристалізуватись виділяючи теплоту кристалізації, яка йде на нагрівання льоду до 0°С.

Маса води, яка за кристалізується:

$$\Delta m = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda} = 0,13 \text{ (кг)}$$

$$\Delta m < m_{\text{в}},$$

Отже після завершення теплообміну в калориметрі буде

$$m = m_{\text{л}} + \Delta m = 1,13 \text{ кг льоду}$$

4. Автоматичний запобіжник у квартирному електролічильнику розрахований на силу струму 10 А. Чи спрацює запобіжник, якщо одночасно ввімкнути праску та пральну машину, потужністю 800 Вт кожна, і електричний чайник потужністю 1000 Вт? Напруга в мережі 240 В.

Розв'язування

Із запобіжником на 10 А максимальна споживана потужність

$$P_m = I_{max}U = 2400 \text{ Вт}$$

Оскільки споживана потужність електроприладів

$$P_1 + P_2 + P_3 = 2600 \text{ Вт},$$

більша ніж P_m , запобіжник має відключити живлення квартири.

5. Провідник у вигляді тонкого циліндра довжиною 50 см і масою 200 г розташований на горизонтальному столі у магнітному полі з індукцією 0,5 Тл, силові лінії напрямлені вертикально. При якому струмі через провідник циліндр почне переміщатися, якщо коефіцієнт тертя кочення рівний 0,1?

Розв'язування

Провідник почне рухатись при

$$F_A > F_{тр}$$

$$IlB > kmg$$

$$I > \frac{kmg}{lB} \approx 0,8 \text{ (А)}$$

ЗАДАЧІ ФІЗИЧНОЇ ОЛІМПІАДИ

10 клас

1. Яким повинен бути нахил даху, щоб дощова вода стікала з нього якнайшвидше? Тертя можна не враховувати.

Розв'язування

$$a = g \sin \alpha$$

$$l = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{g(\sin \alpha)\tau^2}{2};$$

$$\text{де } \tau = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \alpha}};$$

$$\text{оскільки } d = l \cos \alpha \Rightarrow l = \frac{d}{\cos \alpha}.$$

$$\tau = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{4d}{2g \sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{4d}{g \sin 2\alpha}},$$

Вираз $\frac{4d}{g \sin 2\alpha}$ має найменше значення, коли знаменник максимальний.

Оскільки найбільше значення $\sin 2\alpha = 1$, при $2\alpha = 90^\circ$, то $\alpha = 45^\circ$.

2. Пароплав, проходячи по озеру, створив у воді хвилю, яка дійшла до берега за 1 хв. Відстань між двома сусідніми «горбами» хвилі становить 1,5 м, а проміжок часу між двома послідовними ударами об берег – 2 с. Яка відстань від берега до пароплава?

Розв'язування

Дано:	$v_{xв} = \frac{\lambda}{t}$
$t = 1 \text{ хв.} = 60 \text{ с}$	$\ell = v_{xв} \cdot t;$
$\lambda = 1,5 \text{ м}$	$\ell = 45 \text{ м.}$
$T = 2 \text{ с}$	
$\ell - ?$	

3. Провідник у вигляді прямого циліндра довжиною 1 м і вагою 100 г лежить на горизонтальному столі у магнітному полі з індукцією 0,2 Тл. Силкові лінії

магнітного поля також напрямлені горизонтально і перпендикулярні до провідника. При якому струмі через провідник циліндр почне відриватись від стола (перестане тиснути на стіл)?

Розв'язування

$$F_A = F_T$$

$$ILB \sin 90^\circ = mg$$

$$I = \frac{mg}{lB} = 4,9 \text{ (A)}$$

4. Учень читає книжку, тримаючи її на відстані 20 см від очей. Визначте оптичну силу лінз, які необхідні учню, щоб читати книжку на відстані найкращого зору для нормального ока. (Відстань найкращого зору — 25 см.)

Розв'язування

Кришталік ока – це лінза, яка фокусує зображення на сітківці.

$$\text{Оптична сила кришталіка: } D_1 = \frac{1}{F_{\text{кр}}} = \frac{1}{0,2 \text{ м}} = 5 \text{ дптр.}$$

Оптична сила, що відповідає відстані найкращого зору:

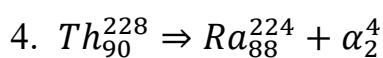
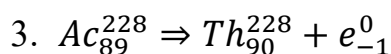
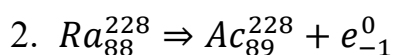
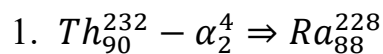
$$D_2 = \frac{1}{F_{\text{н.з}}} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ дптр.}$$

Оптична сила додаткової лінзи(окуляр):

$$D_{\text{л}} = D_2 - D_1 = -1 \text{ дптр.}$$

5. Ядро ізотопу торію-232 (кількість протонів - 90) зазнало α -розпаду, двох β -розпадів, а після цього ще одного α -розпаду. Яке ядро є продуктом цих розпадів?

Розв'язування



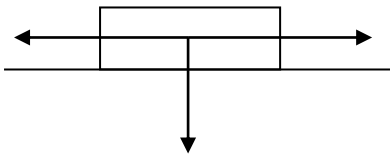
Кінцевим продуктом розпаду є ядро радію Ra_{88}^{224}

ЗАДАЧІ ФІЗИЧНОЇ ОЛІМПІАДИ

11 клас

1. Поїзд, який рухається зі швидкістю 72 км/год, починає гальмувати з постійним прискоренням. Знайдіть мінімальний час гальмування поїзда до зупинки, для того щоб речі, які лежать на горизонтальних полицях не впали з них. Коефіцієнт тертя 0,3. Вважати $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Розв'язування



$$F_{in} < F_{тр}$$

$$F_{in} = ma; \quad F_{тр} = kmg$$

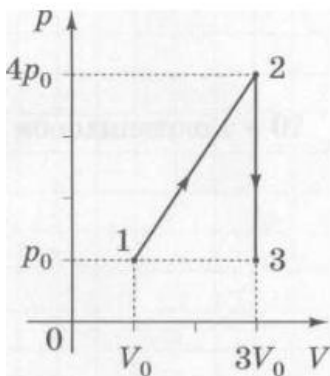
$$a = \frac{v-0}{\tau} = \frac{v}{\tau};$$

$$ma = kmg;$$

$$\frac{mv}{\tau} = kmg;$$

$$\tau > \frac{v}{kg} \approx 6,8 \text{ (с)}.$$

2. З ідеальним одноатомним газом незмінної маси відбуваються процеси 1-2-3, що відображені на графіку (див. рис.). Яку кількість теплоти отримав газ у процесах 1-2-3, якщо $p_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $V_0 = 2 \text{ л}$?



Розв'язування

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A,$$

$$\text{Внутрішня енергія } \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1),$$

Враховуючи, що $PV = \nu RT$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (2p_0 V_0 - p_0 V_0)$$

Робота ΔA_{12} дорівнює площі трапеції $V_0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 3V_0$

$$\Delta A_{12} = (3V_0 - V_0) \cdot p_0 + \frac{1}{2} (3V_0 - V_0)(4p_0 - p_0),$$

$$\Delta U_{12} = 3,3 \text{ кДж}; \quad \Delta A_{12} = 1 \text{ кДж}.$$

$$\text{Отже } \Delta Q_{12} = 4,3 \text{ кДж}$$

Але на ділянці $2 \rightarrow 3$ внутрішня енергія зменшується за рахунок охолодження (відведення тепла)

$$\Delta U_{23} = U_3 - U_2 = -\frac{3}{2} (12p_0 V_0 - 3p_0 V_0),$$

$$\Delta U_{23} = \Delta Q_{23} = -2,7 \text{ кДж (робота не виконується),}$$

$$\text{тому загальне } \Delta Q = \Delta Q_{12} + \Delta Q_{23} = 1,6 \text{ (кДж).}$$

Обидві відповіді 4,3 кДж, 1,6 кДж вважаються правильними.

3. До конденсатора ємністю 200 мкФ, зарядженого від джерела з напругою 300 В під'єднали паралельно незаряджений конденсатор, ємністю 100 мкФ. Яка енергія виділяється при цьому в іскрі?

Розв'язування

До під'єднання:

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2}; \quad W_2 = 0;$$

$$W_{\text{до}} = \frac{C_1 U_1^2}{2} = 9 \text{ (Дж)};$$

$$q_1 = C_1 U_1 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ (Кл)}$$

Після під'єднання:

$q = q_1$ — закон збереження заряду

$$C = C_1 + C_2$$

$$W_{\text{після}} = \frac{C_3 U_3^2}{2} = \frac{q^2}{2C_3} = \frac{(C_1 U_1)^2}{2(C_1 + C_2)} = 6 \text{ (Дж)};$$

$$\text{Отже, в іскрі виділиться } \Delta Q = W_{\text{до}} - W_{\text{після}} = 3 \text{ Дж тепла}$$

4. Оптичне волокно у вигляді тонкого циліндра з основою, перпендикулярною до осі циліндра має показник заломлення $n=1,36$. Під яким максимальним кутом до торця (основи циліндра) повинні падати променів світла, щоб вони не виходили за межі волокна?

Розв'язування

В т.2 – повне внутрішнє відбивання світла

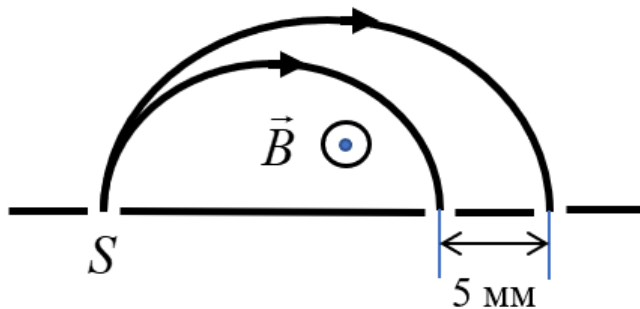
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n_1}$$

$$\text{Ц точці 1: } \frac{\sin \varphi}{\sin(90-\alpha)} = \frac{\sin \varphi}{\cos \alpha} = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1-\sin^2 \alpha}} = \frac{n_1}{n_2} = n_1$$

$$\text{Тоді } \varphi = \arcsin \varphi = \arcsin \sqrt{n^2 - 1} \approx 60^\circ.$$

Отже, Для повного внутрішнього відбивання у волокні необхідно, щоб кут падіння на торець волокна не перевищував 60° .

5. Однозарядні іони ізотопів урану U^{235} та U^{238} , прискорені різницею потенціалів 10 кВ попадають через щілину S (див. рис.) в однорідне магнітне поле, перпендикулярне до напрямку швидкості іонів. При якій мінімальній індукції магнітного поля пучки іонів U^{235} та U^{238} на вихідних щілинах будуть розділені на 5 мм?



Розв'язування

На рухому заряджену частинку у магнітному полі діє сила Лоренца, яка завжди перпендикулярна до швидкості $F_L = qvB$, отже частинка рухатиметься по колу. Згідно закону Ньютона $F_L = F_d \Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R}$,

$$\text{Отже радіус кола } R = \frac{mv}{qB}.$$

Враховуючи, що іони однозарядні ($q=e$) і кінетична енергія частинки, прискорена різницею потенціалів U /

$$\frac{mv^2}{2} = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}, \text{ радіус } R = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

$$\text{Врахуємо, що } R_2 - R_1 = \frac{\Delta l}{2}.$$

$$\text{Тоді } \frac{\Delta \chi}{2} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2U}{e}} (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}), \text{ звідки}$$

$$B = \frac{2}{\Delta \chi} \sqrt{\frac{2U}{\chi} \cdot (\sqrt{m_{U^{238}}} - \sqrt{m_{U^{235}}})}.$$

$$\text{Оскільки } m = \frac{M}{N_A}$$

$$B = \frac{2}{\Delta \chi} \sqrt{\frac{2U}{N_A e} \cdot (\sqrt{m_{U^{238}}} - \sqrt{m_{U^{235}}})}.$$

$$B = 0,55 \text{ (Тл)}.$$