

Завдання та відповіді
II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії

10 клас

Завдання 1-6 розв'яжіть письмово з повним обґрунтуванням:

Задача 1. Кульмінація зорі (5 балів)

Зоря кульмінувала в **00 год 00 хв**, а зайшла в **07 год 00 хв**.

В який час відбудеться її найближчий схід?

Розв'язок

Час Кульмінація – Захід дорівнює часу від Сходу до Кульмінації. (1 бал)

Отже, напередодні зоря кульмінувала о $24^{00} - 7^{00} = 17^{00}$ (1 бал)

Зоряний період обертання Землі навколо власної вісі **23 год 56 хв** (1 бал)

Отже, найближчий схід зорі відбудеться на **4 хв раніше**
16 год 56 хв тієї ж доби. (2 бали)

Σ (5 балів)

Задача 2. Уявна планета (5 балів)

Синодичний період уявної планети **2 роки**.

На якій відстані від Землі вона може знаходитись?

Яку реальну планету (планети) нагадує така уявна планета?

Розв'язок

Необхідно розглянути два випадки

- 1) Планета зовнішня.
- 2) Планета внутрішня.

1)
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T}; \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{S} = \frac{S - T_{\oplus}}{S \cdot T_{\oplus}}; \quad T = \frac{S \cdot T_{\oplus}}{S - T_{\oplus}};$$
$$T = \frac{2 \cdot 1}{2 - 1} = 2(p); \quad \text{“Нагадує” Марс} \quad (3 \text{ бали})$$
$$T^2 = a^3; \quad a = \sqrt[3]{T^2}; \quad a = \sqrt[3]{2^2} = 1,59 \text{ (а.о.)}$$

2)

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\oplus}}; \quad T = \frac{S \cdot T_{\oplus}}{S + T_{\oplus}}; \quad T = \frac{2}{3} \text{ роки}$$

$$a = \sqrt[3]{T^2}; \quad a = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \approx 0,76 \text{ (а.о.)}$$

“Нагадує” Венеру

(2 бали)

Σ (5 балів)

Задача 3. Бетельгейзе (5 балів)

Річний паралакс зорі Бетельгейзе (α Ori) $0,0062''$, видима зоряна величина $0,5^m$.

Визначити світність зорі.

Розв'язок

$$M = m + 5 - 5 \lg r; \quad r = 1/p' \quad (1 \text{ бал})$$

$$M = 0,5 + 5 - 5 \lg (1 / 0,0062) = -5,54^m. \quad (1 \text{ бал})$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{0,4 (M_{\odot} - M)};$$

(1 бал)

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{0,4 (4,77 + 5,54)} = 13280$$

$$L = 13280 L_{\odot}$$

(2 бали)

Σ (5 балів)

Задача 4. Галактика M87 (5 балів)

Маса галактики M87 дорівнює $3 \cdot 10^{12}$ мас Сонця, кутовий діаметр $7'$, відстань до неї 55 млн. світлових років.

Знайти середню густину галактики в $\text{кг}/\text{м}^3$.

Розв'язок

$$D = r \operatorname{tg} \Phi$$

(1 бал)

$$D = \frac{5,5 \cdot 10^6}{3,26} \operatorname{tg} \left(\frac{7}{60} \right) = 34353 \text{ (пк)}$$

$$R = \frac{D}{2} = 17177 \text{ пк}$$

(2 бали)

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

(1 бал)

$$\rho = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{4 \cdot 3,14 \cdot (17177 \cdot 206265 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м})^3}$$

$$\rho = 9,6 \cdot 10^{-21} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

(1 бал)

Σ (5 балів)

Задача 5. Black Hole (5 балів)

Чому дорівнює гравітаційний радіус чорної діри земної маси?

Розв'язок

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

(2 бали)

$$R = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(3 \cdot 10^8)^2}$$

(3 бали)

Σ (5 балів)

Задача 6. Комета Галлея (5 балів)

Іноді комета Галлея підходить дуже близько до Землі. При цьому один оберт навколо Сонця вона виконує за **75** років. На яку максимальну відстань від Сонця вона може віддалитися?

Розв'язок

$$\mathbf{a = \sqrt[3]{T^2}; \quad a = \sqrt[3]{75^2} = 17,78 \text{ (a.o.)}}$$

(2 бали)

$$\mathbf{r_{\min} = 1 \text{ a.o.}}$$

(1 бал)

$$\mathbf{r_{\min} = a(1 - e); \quad e = 1 - (r_{\min} / a) = 1 - (1 / 17,78) = 0,944}$$

(1 бал)

$$\mathbf{r_{\max} = a(1 + e); \quad r_{\max} = 17,78 (1 + 0,944) = 34,56 \text{ (a.o.)}}$$

(1 бал)

Завдання та відповіді II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії, 4 грудня 2019-2020 н.р.

11 клас

Завдання 1-6 розв'яжіть письмово з повним обґрунтуванням

Задача 1. Кульмінація зорі (5 балів)

Зоря кульмінувала в **00 год 00 хв**, а зайшла в **07 год 00 хв**.

В який час відбудеться її найближчий схід?

Розв'язок

Час Кульмінація – Захід дорівнює часу від Сходу до Кульмінації. (1 бал)

Отже, напередодні зоря кульмінувала о $24^{00} - 7^{00} = 17^{00}$ (1 бал)

Зоряний період обертання Землі навколо власної вісі **23 год 56 хв** (1 бал)

Отже, найближчий схід зорі відбудеться на **4 хв раніше 16 год 56 хв** тієї ж доби. (2 бали)

Σ (5 балів)

Задача 2. Уявна планета (5 балів)

Синодичний період уявної планети **2 роки**. На якій відстані від Землі вона може знаходитись ?

Яку реальну планету (планети) нагадує така уявна планета?

Розв'язок

Необхідно розглянути два випадки

- 3) Планета зовнішня.
- 4) Планета внутрішня.

1)
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T}; \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{S} = \frac{S - T_{\oplus}}{S \cdot T_{\oplus}}; \quad T = \frac{S \cdot T_{\oplus}}{S - T_{\oplus}};$$

$$T = \frac{2 \cdot 1}{2 - 1} = 2(p); \quad \text{“Нагадує” Марс} \quad (3 \text{ бали})$$

$$T^2 = a^3; \quad a = \sqrt[3]{T^2}; \quad a = \sqrt[3]{2^2} = 1,59 \text{ (а.о.)}$$

2)
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\oplus}}; \quad T = \frac{S \cdot T_{\oplus}}{S + T_{\oplus}}; \quad T = \frac{2}{3} \text{ роки} \quad (2 \text{ бали})$$

$$a = \sqrt[3]{T^2}; \quad a = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \approx 0,76 \text{ (а.о.)}$$

“Нагадує” Венеру

Σ (5 балів)

Задача 3. Бетельгейзе (5 балів)

Річний паралакс зорі Бетельгейзе (α Ori) $0,0062''$, видима зоряна величина $0,5^m$.

Визначити світність зорі.

Розв'язок

$$M = m + 5 - 5 \lg r; \quad r = 1/p' \quad (1 \text{ бал})$$

$$M = 0,5 + 5 - 5 \lg (1 / 0,0062) = -5,54^m. \quad (1 \text{ бал})$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{0,4 (M_{\odot} - M)}; \quad (1 \text{ бал})$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{0,4 (4,77 + 5,54)} = 13280$$

$$L = 13280 L_{\odot}$$

(2 бали)

Σ (5 балів)

Задача 4. Галактика М13 (5 балів)

Видимий кутовий діаметр кулястого зоряного скупчення **М13** в сузір'ї Геркулес $23'$, відстань до нього **25 тис.** св. років. Скупчення містить **мільйон** зір.

Оцініть середню концентрацію зір і відстань між ними. Порівняйте з відстанню до найближчої до нас зорі.

Вказівка. В якості одиниці відстані використовуйте парсек.

Розв'язок

$$D = r \operatorname{tg} \varphi = \frac{25000}{3,26} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{23}{60} \right) = 51,3 \text{ (пк)} \quad (1 \text{ бал})$$

$$R = \frac{D}{2} = 25,65 \text{ ПК}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \approx 70685 \text{ (пк}^3\text{)} \quad (1 \text{ бал})$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{10^6}{(70685)} \approx 14 \text{ (пк}^3\text{)}$$

(1 бал)

Об'єм, що приходить на одну зорю:

$$V_0 = \frac{V}{N} = \frac{1}{n} = \frac{1}{14} \approx 0,0714 \text{ (пк}^3\text{)} \quad (1 \text{ бал})$$

Середня відстань між зорями:

$$l = \sqrt[3]{V_0} \approx 0,41 \text{ ПК} \quad (1 \text{ бал})$$

Σ (5 балів)

Задача 5. Ексцентриситет Землі (5 балів)

Радіус Сонця 696 тис. км. Вимірювання на Землі показали, що максимальний кут, під яким спостерігається сонячний радіус $16' 17''$, а мінімальний - $15' 45''$.

1) Чому дорівнює ексцентриситет земної орбіти?

Примітка. Бажано отримати остаточну формулу із заданими кутами.

2) Чому дорівнює різниця між **max** і **min** відстанями Землі від Сонця?

3) Вкажіть дати, коли Земля перебуває на **max** і **min** відстанях від Сонця.

Розв'язок

$$R = r \operatorname{tg} \varphi; \quad r = \frac{R}{\operatorname{tg} \varphi}$$

$$r_{\min} = \frac{R_{\odot}}{\operatorname{tg} \varphi_{\max}} = \frac{696000 \text{ км}}{\operatorname{tg}(16' 17''/60)} \approx 1,46939 \cdot 10^8 \text{ км} \quad (2 \text{ бали})$$

4 січня

$$r_{\max} = \frac{R_{\odot}}{\operatorname{tg} \varphi_{\min}} = \frac{696000 \text{ км}}{\operatorname{tg}(15' 45''/60)} \approx 1,51915 \cdot 10^8 \text{ км} \quad (2 \text{ бали})$$

4 липня

$$\Delta r = 0,04976 \cdot 10^8 \text{ км} \approx 5 \text{ млн. км}$$

$$e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{r_{\max} + r_{\min}}; \quad \text{або} \quad e = 1 - \frac{r_{\min}}{a}$$

$$e = \frac{0,04976 \cdot 10^8}{2,98854 \cdot 10^8} = 0,0166$$

Остаточна формула:

$$e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{r_{\max} + r_{\min}} = \frac{32''}{1922''} = 0,0166 \quad (1 \text{ бал})$$

Σ (5 балів)

Задача 6. Червоне зміщення (5 балів)

Сучасним телескопам доступні спостереження зір до 28^m.

На яких максимальних червоних зміщеннях (z - ?) можна спостерігати найяскравіші наднові з абсолютною зоряною величиною (-20^m)?

Розв'язок

$$M = m + 5 - 5l_{gr}; \quad l_{gr} = \frac{m + 5 - M}{5} \quad \text{або} \quad l_{gr} = \frac{m - M}{5} + 1 \quad (1 \text{ бал})$$

$$l_{gr} = \frac{28 + 20}{5} + 1 = 10,6; \quad r = 4 \cdot 10^{10} \text{ ПК} \quad r = 4 \cdot 10^4 \text{ МПК} \quad (1 \text{ бал})$$

$$\left. \begin{array}{l} D = Hr \\ D = Zc \end{array} \right\} \Rightarrow Zc = Hr; \quad Z = \frac{Hr}{c} \quad (2 \text{ бали})$$

$$Z = \frac{70 \cdot 4 \cdot 10^4}{300\,000} \approx 9 \quad (1 \text{ бал})$$

